

XV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

III кръг, 28 април 2012 г., Ямбол

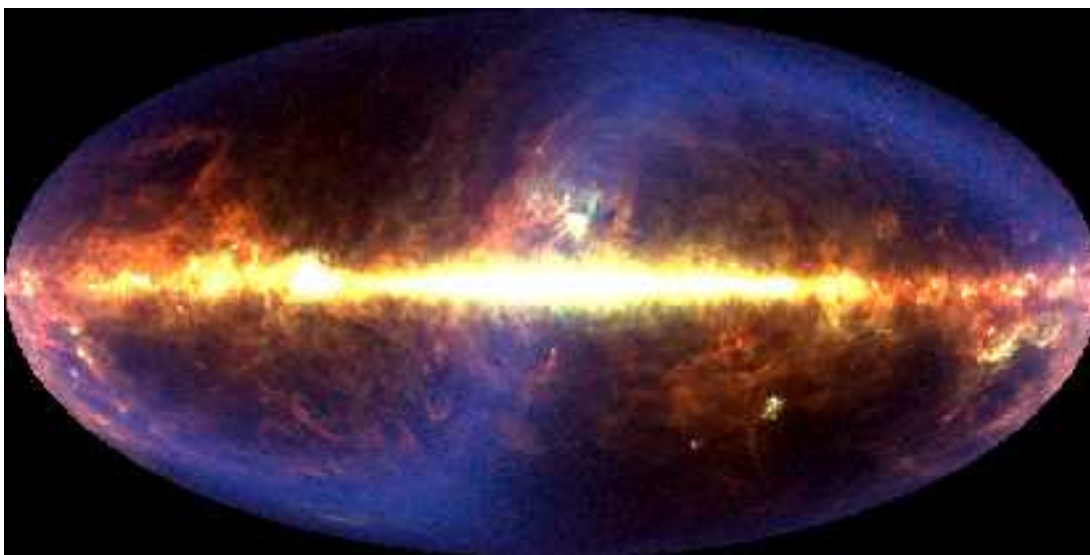
Ученици от 9-10 клас – решения

1 задача. Полюси.

- Определете ректасцензията и деклинацията на северния полюс на еклиптиката.
- Средната линия на Млечния път се пресича с небесния екватор под ъгъл 62° .

Ректасцензията на една от точките на пресичане е 18^h40^m . Определете ректасцензията и деклинацията на северния галактичен полюс.

- Даденото ви изображение представлява карта на цялата небесна сфера, получена при наблюдения в инфрачервени лъчи. В кое съзвездие се намира централната част на картата? Използвайте това изображение, за да нарисувате схема, показваща разположението и ориентацията на Слънчевата система в Галактиката.

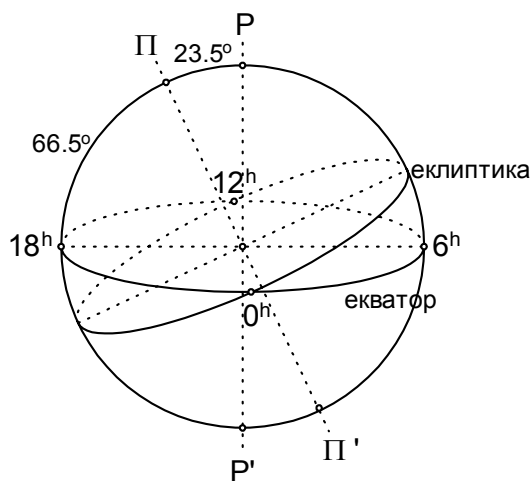


Решение:

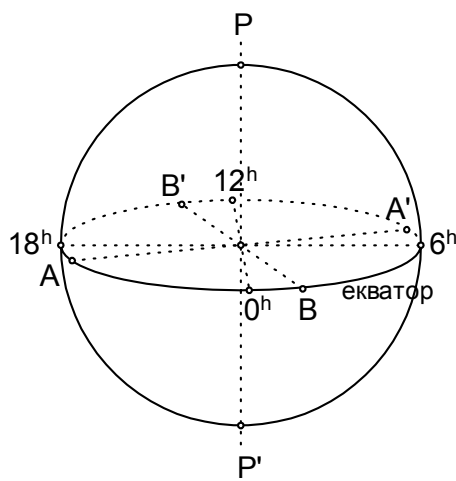
Както знаем, оста на земното кълбо е наклонена на ъгъл приблизително 23.5° към оста на земната орбита около Слънцето, или както е прието да се казва, оста на еклиптиката. На Фиг. 1 е представена небесната сфера. С Р и Р' са отбелязани северният и южният небесен полюс, а с П и П' – северният и южният еклиптичен полюс. Еклиптиката и небесният екватор се пресичат в две точки – пролетната и есенната равноденствени точки. Прието е ректасцензията да се отчита от пролетната равноденствена точка, т.е. тази точка има ректасцензия 0^h . След като премине през пролетната равноденствена точка при своето видимо годишно движение по небесната сфера, Слънцето започва да се издига в северната небесна полусфера и в деня на лятното слънцестоене достига до деклинация 23.5° . Тогава то има ректасцензия 6^h . Следователно северният полюс на еклиптиката има ректасцензия 18^h . Деклинацията на северния еклиптичен полюс е $90^\circ - 23.5^\circ = 66.5^\circ$.

Средната линия на Млечния път ни показва ориентацията на плоскостта на Галактиката. Щом тя се пресича с небесния екватор под ъгъл 62° , то деклинацията на северния полюс на Галактиката трябва да е $90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$. На Фиг. 2 отново е дадена небесната сфера. С А и А' са отбелязани пресечните точки на средната линия на Млечния път и небесния екватор. Нека А е точката, чиято ректасцензия е 18^h40^m . Това означава, че ректасцензията на северния галактичен полюс може да е или 0^h40^m , или 12^h40^m – зависи как е ориентирана оста на Галактиката.

Добрите астрономи любители биха могли да знаят, че северният галактичен полюс се намира в съзвездието Косите на Вероника. То е в съседство със зодиакалните съзвездия Лъв и Дева. Там Слънцето се намира около началото на есента, което съответства на ректасцензия около 12^h . Следователно ректасцензията на северния еклиптичен полюс е 12^h40^m . До същия извод може да се стигне и като се използва друг известен факт. Ректасцензия 18^h съответства на положението на Слънцето в началото на зимата. Следователно тази област е близо до ядрото на Галактиката, намиращо се по направление на съзвездието Стрелец. А добрите познавачи на звездното небе трябва да знаят, че оттам по посока на нарастване на ректасцензията Млечният път се издига нагоре в северната небесна полусфера към съзвездията Орел и Лебед. Следователно оста на Галактиката трябва да е наклонена приблизително към есенната равноденствена точка, откъдето отново правим извода, че ректасцензията на Северния галактичен полюс е 12^h40^m .



Фиг. 1

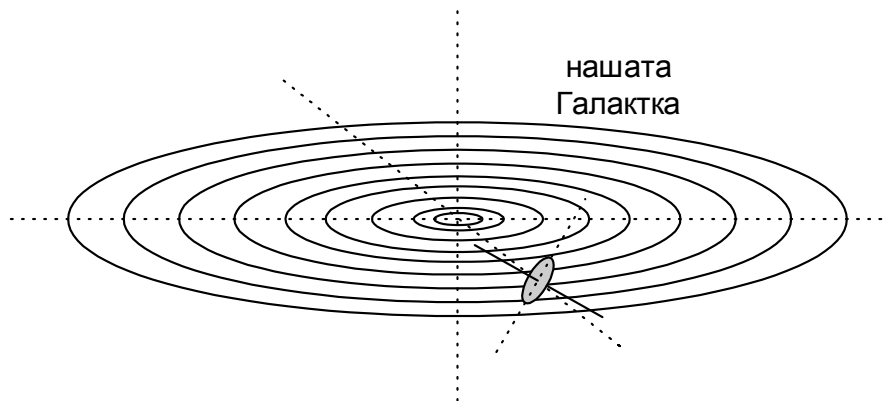


Фиг. 2

На изображението на небето в инфрачервени лъчи ярката жълтобяла ивица представлява Млечния път. Най-ярката област от него е в центъра на изображението. По направление към тази област е ядрото на нашата Галактика. Във видима светлина то е закрито от тъмни газова-прахови космически облаци. За разлика от видимата светлина, инфрачервените лъчи преминават през тези облаци, а и самите облаци преизлъчват под формата на инфрачервени лъчи погълнатото от тях лъчение на звездите. Следователно в центъра на изображението е областта на съзвездието Стрелец, в което както знаем, се намира центърът на Галактиката.

Да обърнем внимание на синкавата светла ивица, която се пресича с Млечния път. Тя се получава от инфрачервеното излъчване на праховите частици, съсредоточени около плоскостта на планетните орбити в нашата собствена Слънчева система. С други думи ориентацията и разположението на синкавата ивица са близки до тези на еклиптиката. Ясно се вижда, че плоскостта на планетните орбити в Слънчевата система сключва доста голям ъгъл с плоскостта на Галактиката. В резултат на тези разсъждения и като знаем, че

Слънцето се намира по-скоро към периферията на галактиката (на разстояние от галактичния център около $2/3$ от радиуса на Галактиката), можем да построим схемата на разположението на Слънчевата система в Галактиката, дадена по-долу.



Равнината на планетните орбити е дадена в перспективно изображение като сива елипса. Разбира се размерите на Слънчевата система са много силно преувеличени – ние знаем, че в сравнение с огромните галактични мащаби, те са нищожни.

Критерии за оценяване (общо 18 т.):

За правилно обяснение на начина и определяне на деклинацията на северния еклиптичен полюс – 2 т.

За правилно обяснение на начина и определяне на ректасцензията му – 3 т.

За правилно определяне на деклинацията на северния полюс на Галактиката – 2 т.

За правилни теоретични разсъждения относно определянето на ректасцензията на северния галактичен полюс – 2 т.

За проявени допълнителни знания, спомагащи за окончателното определяне на ректасцензията му и верен краен извод – 3 т.

За разбиране какво представлява ярката жълтобяла ивица на изображението в инфрачервени лъчи – 1 т.

За отговор кое съзвездие се намира в центъра на изображението – 1 т.

За обяснение какво представлява синкавата ивица – 1 т.

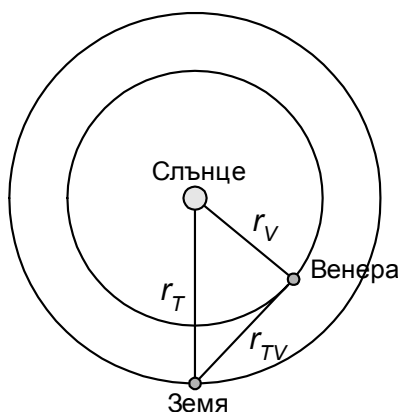
За правилно съставена схема на разположението на Слънчевата система в Галактиката и обяснения – 3 т.

2 задача. Наблюдения от Ганимед. Вие участвате в космическа експедиция по изучаване на Галилеевите спътници на Юпитер. В една нощ, когато се намирате на Ганимед и изпитвате носталгия по родната планета, вие преглеждате общопланетния компютърен алманах и се опитвате да разберете кога Земята е най-ярка, гледана от Ганимед. Поглеждате към небето и се опитвате да я откриете.

- Определете приблизително видимата звездна величина на Земята, когато тя се вижда от Ганимед и е най-ярка. Използвайте дадените справочни данни. Приемете, че когато виждаме осветен половината диск на една планета, примерно Луната в първа четвърт, тя е по-слаба с 1^m отколкото когато е осветен целият диск на планетата.

- Ще можете ли да видите Земята с невъоръжено око? А Луната? Ще можете ли да различите Земята и Луната като отделни обекти? Разделителната способност на човешкото око е около 1-2 дъгови минути.

Решение:



В справочните данни ни е дадена звездната величина на Венера, когато тя е в максимална елонгация. Да означим с r_T и r_V радиусите съответно на земната орбита около Слънцето и на орбитата на Венера, а с r_{TV} разстоянието от Земята до Венера, когато Венера е в максимална елонгация. Като използваме теоремата на Питагор, намираме:

$$r_{TV} = \sqrt{r_T^2 - r_V^2}$$

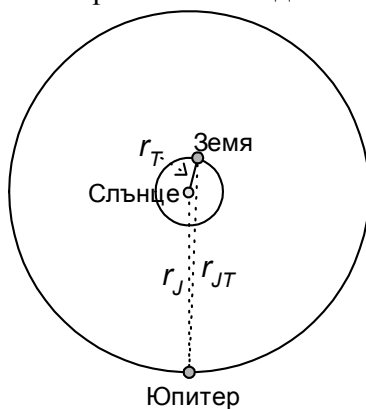
Означаваме още с L светимостта на Слънцето, а с R_V и A_V съответно радиуса и отражателната способност на Венера.

Осветеността E_{VT} , която Слънцето създава на единица повърхност на разстоянието до Венера, ще бъде $L/4\pi r_V^2$. Общата слънчева енергия, която попада върху повърхността на Венера, ще получим като умножим тази осветеност по площта на напречното сечение на Венера πR_V^2 . Правим приближение, според което тази светлинна енергия се разсейва равномерно от осветената част на Венера в полусфера. Осветеността, която Венера създава върху Земята, ще получим, като умножим общата попадаща светлинна енергия върху Венера на отражателната ѝ способност A_V и разделим на $2\pi r_{TV}^2$. Така пресмятаме:

$$E_{VT} = \frac{L}{4\pi r_V^2} \cdot \frac{A_V \pi R_V^2}{2\pi r_{TV}^2}$$

Трябва да отбележим, че при пресмятането на тази осветеност не сме отчели фазата на Венера, която в максимална елонгация е подобна на фазата на Луната в първа или последна четвърт. Следователно тази осветеност съответства не на действителната звездна величина на Венера -4.6^m , а на звездната величина, която тя би имала, ако беше изцяло обърната с осветената си страна към нас. Съгласно пояснението в задачата, тази звездна величина би трябвало да бъде $-4.6^m - 1^m = -5.6^m$.

За Юпитер Земята е вътрешна планета и би трябвало периодите на най-благоприятната ѝ видимост да са около моментите на максимална елонгация на Земята.



Нека не забравяме, обаче, че спътникът Ганимед няма атмосфера. Това означава, че като си закрием Слънцето с ръка, ние ще виждаме Земята в черното небе на този спътник, дори когато тя е на малко ъглово отстояние от Слънцето. В момент, близък до горно съединение, Земята ще е почти изцяло обърната към нас с осветената си от него страна. Това ще я прави по-ярка, отколкото в максимална елонгация, въпреки че тогава тя ще е малко по-далеч от нас. Разликата в разстоянието няма да оказва съществено влияние върху видимата звездна величина на Земята, защото земната орбита е с над пет пъти по-малък радиус от орбитата на Юпитер.

Разстоянието от Юпитер до Земята в такъв случай ще бъде $r_{JT} = r_J - r_T$, където r_J е радиусът на орбитата на Юпитер. За осветеността, създавана от Земята на Ганимед можем да напишем:

$$E_{TJ} = \frac{L}{4\pi r_T^2} \cdot \frac{A_T \pi R_T^2}{2\pi r_{JT}^2}$$

където с A_T сме означили отражателната способност на Земята, а с R_T нейния радиус.

Накрая намираме отношението на осветеността, която Венера създава върху Земята, и осветеността, която Земята създава върху Ганимед:

$$\frac{E_V}{E_T} = \frac{A_V}{A_T} \cdot \frac{R_V^2}{R_T^2} \cdot \frac{r_T^2}{r_V^2} \cdot \frac{r_{JT}^2}{r_{TV}^2} \approx 115.6$$

Видимият блясък на Земята, гледана при това положение от Ганимед, ще бъде 115.6 пъти по-слаб, отколкото блясъкът на Венера за земните наблюдатели. Като знаем, че намаление на осветеността 100 пъти отговаря на разлика в звездните величини 5^m , виждаме, че звездната величина на Земята, гледана от Ганимед, ще съответства на доста ярък блясък. С положителност Земята ще се вижда лесно с невъоръжено око от Ганимед. Като използваме логаритмичния вид на формулата на Погсон, получаваме по-точно видимата звездна величина на Земята за наблюдател от Ганимед:

$$m_T = -5.6^m + 2.5 \lg 115.6 \approx -0.44^m$$

За отношението на осветеностите, които Земята и Луната създават на Ганимед, можем да напишем:

$$\frac{E_T}{E_L} = \frac{A_T \pi R_T^2}{A_L \pi R_L^2} \approx 41.5,$$

където A_L и R_L са отражателната способност и радиусът на Луната. Звездната величина на Луната ще бъде:

$$m_L = -0.44^m + 2.5 \lg 41.5 \approx 3.4^m$$

Така че и нашият спътник ще е достатъчно ярък, за да го видим с невъоръжено око от Ганимед.

Дали ще можем обаче да различим Земята и Луната като отделни обекти? Ъгълът, под който ще виждаме разстоянието r_{TL} между Земята и Луната, ще бъде:

$$\Delta = \frac{r_{TL}}{r_{JT}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.024^\circ \approx 1.4'$$

Това е на границата на разделителната способност на човешките очи и следователно само хората с много добро зрение ще могат да различават двата обекта.

Критерии за оценяване (общо 20 т.):

За пресмятане на осветеността, създавана на Земята от Венера в максимална елонгация – 3 т.

За вярно разсъждение и отчитане на ефекта, свързан с фазата на Венера – 1 т.

За правилни съображения и обяснения в каква позиция Земята ще е най-ярка за наблюдател на Ганимед – 2 т.

За пресмятане на осветеността, създавана от Земята на Ганимед – 2 т.

За правилен метод за определяне на звездната величина на Земята – 2 т.

За верен числен резултат и извод дали Земята ще се вижда с просто око – 2 т.

За определяне на звездната величина на Луната – 2 т.

За верен числен отговор и извод дали ще се вижда с просто око – 2 т.

За правилен метод за определяне дали ще различаваме двата обекта – 2 т.

За определяне на видимото ъглово отстояние между Земята и Луната – 1 т.

За правилно заключение дали ще се различават – 1 т.

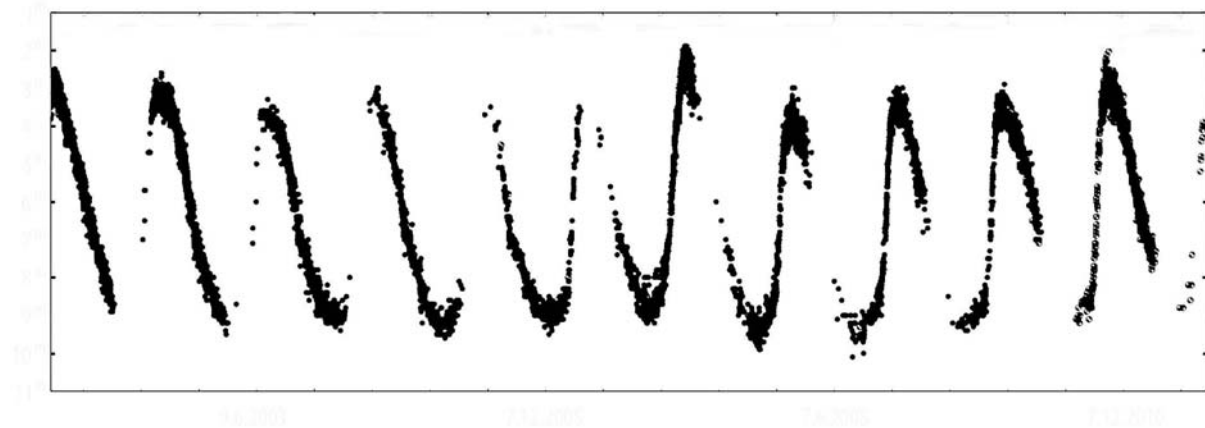
3 задача. Удивителната звезда. Звездата Мира от съзвездие Ките е червен гигант, който се наблюдава като пулсираща променлива звезда. Тя дава името на цял клас променливи звезди, наречени мириди, които пулсират с много дълъг период, от порядъка на няколкостотин дни. Разполагате с крива на блясъка на Мира, получена по данни на Американската асоциация на наблюдателите на променливи звезди (AAVSO) за дълъг период от време. В AAVSO членуват стотици астрономи любители от цял свят, които работят много ентузиастично и наблюдават винаги, когато е възможно.

- На какво се дължат прекъсванията в кривата на блясъка и през какъв период от време се повтарят?

- Разграфете хоризонталната ос – оста на времето – в подходящи мерни единици.

- Определете приблизително периода на изменение на блясъка на пулсиращата променлива звезда Мира.

- Спомнете си колко ярка става Мира в максимума на своя блясък, каква амплитуда има и се опитайте да възстановите оцифроването в звездни величини на вертикалната ос.



Решение:

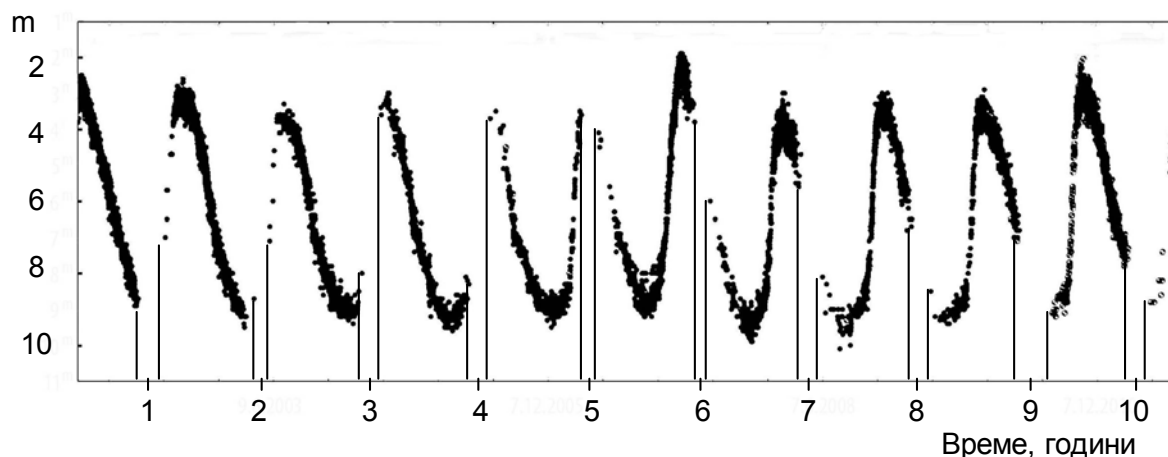
Спускаме перпендикуляри към оста на времето, ограничаващи интервалите, в които липсват данни. Виждаме, че тези интервали се повтарят през приблизително равни периоди от време. Предполагаме, че всеки от тези периоди е равен на една година. Мира е звезда от съзвездие Ките, което е близо до еклиптиката. Нека си припомним, малко над него са зодиакалните съзвездия Овен и Риби. Всяка година има интервал от време, когато Слънцето при видимото си годишно движение по еклиптиката, преминава недалеч от Мира. Тогава Мира не може да се наблюдава. Затова, колкото и ентузиастични да са наблюдателите на променливи звезди, те няма как да изпращат наблюдателни данни в AAVSO през такива интервали от време. Следователно, използвайки средите на определените от нас интервали, ние можем приблизително да разграфим скалата на времето в години. Това няма да е много точно разграфяване, понеже не е сигурно, че всеки интервал от време без данни е симетричен по отношение на средата на неблагоприятния за наблюдение отрязък от време. Роля за това могат да окажат метеорологичните условия и други фактори, свързани със самите наблюдатели, доставящи данни. Освен това,

периодите от време, през които пулсиращите звезди от типа на Мира изменят блясъка си, не са съвсем постоянни.

За да определим по-точно мащаба на скалата на времето, измерваме разстоянието между средите на първия и осмия интервали без наблюдения. Деветият и десетият интервали изглеждат по-ненадеждни и не ги използваме. Получаваме 104 мм, които съответстват на 7 години. Оттук определяме, че една година отговаря на $104 / 7 \approx 14.9$ мм. След това измерваме разстоянието между първия изцяло наблюдаван максимум на блясъка и последния. То е 122 мм. В този интервал се съдържат 9 периода на пулсиране на звездата. Следователно на един период отговарят $122 / 9 \approx 13.6$ мм. За периода на изменение на блясъка на Мира в дни получаваме:

$$P = 365.25 \text{ дни} \cdot \frac{13.56}{14.86} \approx 333 \text{ дни}$$

В максимума на блясъка си Мира става една от сравнително ярките звезди на небето, достигайки до 2-ра звездна величина. В минимум блясъкът ѝ пада под 10-та звездна величина и вече трудно може да се види в малък телескоп. Използваме тези знания, за да нанесем звездните величини по вертикалната скала.



Критерии за оценяване (общо 14 т.):

За графично установяване на факта, че интервалите без данни се повтарят през равни периоди – 2 т.

За предположение и обяснение защо тези периоди са по една година – 3 т.

За разграфяване на скалата на времето в години – 2 т.

За измерване и определяне на мащаба на скалата на времето – 2 т.

За измерване и определяне на периода на изменение на блясъка на Мира – 2 т.

За верен числен резултат 1 т.

За нанасяне на звездните величини по вертикалната скала – 2 т.

Справочни данни:

Радиус на Земята	6370 км	Отражателна способност на Земята	0.37
Радиус на Венера	6052 км	Отражателна способност на Венера	0.67
Радиус на Луната	1737 км	Отражателна способност на Луната	0.12
Радиуси на орбитите около Слънцето на:	Венера 0.723 AU;	Юпитер	5.20 AU
Радиус на орбитата на Луната около Земята:	0.00256 AU		
Звездна величина на Венера в максимална елонгация:	– 4.6 ^m		

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

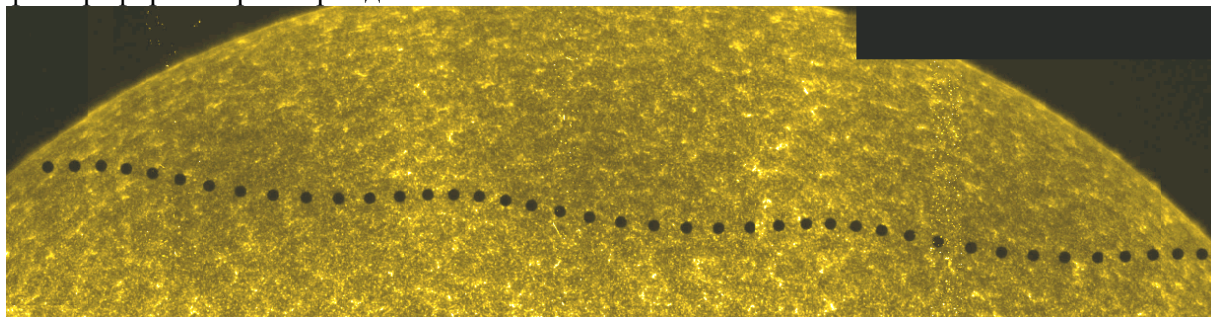
<http://astro-olymp.org>

III кръг, 29 април 2012 г., Ямбол

Ученици от 9-10 клас – решение

Практическа задача. Пасаж на Меркурий.

На 7 май 2003 г. се е наблюдавал пасаж на Меркурий – преминаване на планетата на фона на видимия диск на Слънцето. Пасажът е заснет от спътника TRACE, който е предназначен за наблюдение на факелите в слънчевата фотосфера. На снимката виждате последователните положения на планетата Меркурий, на фона на Слънцето, фотографирани през период 450 сек.



Спътникът TRACE се движи по полярна орбита около Земята. Движението на спътника се настройва така, че равнината на орбитата му винаги да е перпендикулярна на направлението към Слънцето. В следващата таблица са дадени отклоненията на видимото положение на Меркурий от средната линия на пасажа за различни моменти от време.

Време, h, min	5:19	5:27	5:34	5:42	5:49	5:57
Отклонение	+0.0010°	+0.0025°	+0.0045°	+0.0035°	+0.0023°	+0.0011°
Време, h, min	6:04	6:12	6:19	6:27	6:34	6:42
Отклонение	-0.0013°	-0.0025°	-0.0035°	-0.0044°	-0.0024°	-0.0011°
Време, h, min	6:49	6:57	7:04	7:12	7:19	7:27
Отклонение	+0.0015°	+0.0028°	+0.0046°	+0.0038°	+0.0038°	+0.0010°
Време, h, min	7:34	7:42	7:49	7:57	8:04	8:12
Отклонение	+0.0004°	-0.0013°	-0.0032°	-0.0039°	-0.0043°	-0.0024°
Време, h, min	8:19	8:27	8:34	8:42	8:49	8:57
Отклонение	-0.0010°	+0.0015°	+0.0025°	+0.0045°	+0.0035°	+0.0025°
Време, h, min	9:04	9:12				
Отклонение	+0.0010°	+0.0000°				

• Постройте графика на изменението на ъгловото отклонение на Меркурий с времето и определете амплитудата на това изменение.

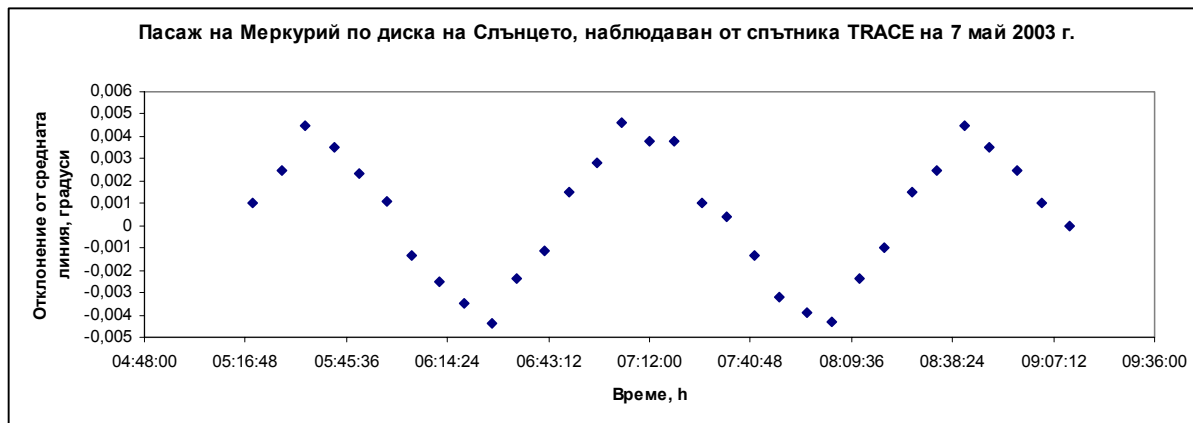
• Определете орбиталния период на спътника и радиуса на неговата орбита.

• Определете разстоянието в километри от Земята до Меркурий по времето, когато се е наблюдавал пасажът. Обяснете вашия метод на работа.

Масата на Земята е 5.97×10^{24} кг, а гравитационната константа е 6.67×10^{-11} м³/кг.с².

Решение:

Като използваме данните от таблицата, построяваме графика на изменението на ъгловото отклонение на Меркурий от средната линия на пасажа с времето.



Като прекараме плавна линия през точките, определяме средна стойност на амплитудата на отклонението $\pm 0.0045^\circ$.

Вълнообразното видимо движение на Меркурий по време на пасажа се дължи на различните гледни точки, от които го фотографира спътникът при орбиталното си движение около Земята. Благоприятно обстоятелство за по-голямо видимо ъглово отместване на Меркурий е, че спътникът се движи винаги в равнина, перпендикулярна на направлението към Слънцето. Периодът на вълнообразното движение на Меркурий е равен на орбиталния период на спътника. Определяме този период от графиката или от снимката, като знаем, че на снимката изображенията са получени през интервал от време 450 секунди. По снимката например намираме, че три периода на лъкатушно движение на Меркурий са равни на $38 \times 450 \text{ с.} = 17100 \text{ с.}$ Следователно орбиталният период на спътника е $T = 17100 : 3 \approx 5700 \text{ с.} = 1 \text{ ч. } 35 \text{ мин.}$

Радиуса на орбитата на спътника r намираме чрез III закон на Кеплер:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2},$$

където M е масата на Земята, а γ е гравитационната константа.

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} \approx 6897 \text{ км}$$

Паралактичното отместване на Меркурий по време на пасажа показва, че за наблюдател от Меркурий радиусът на орбитата на спътника се е виждал под ъгъл, равен на 0.0045° . Нека разстоянието от Земята до Меркурий да е x . В сила е следното съотношение:

$$r = x \times 0.0045^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$
$$x \approx 88 \times 10^6 \text{ км}$$

Това разстояние е много близко до истинското разстояние, което е било по време на пасажа на Меркурий.

Критерии за оценяване (общо 16 т.):

За построяване на графиката – 3 т.

За определяне на амплитудата на отклонение на Меркурий – 2 т.

За обяснение на какво се дължи вълнообразното движение на Меркурий и извода, че периодът на движението е равен на орбиталния период на спътника – 3 т.

За определяне на периода на спътника по снимката или графиката – 2 т.

За пресмятане на радиуса на орбитата – 2 т.

За правилен математически подход при определяне на разстоянието до Меркурий и обяснение – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.